

**ПРОБНЕ
ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ
З МАТЕМАТИКИ**

(поглиблений рівень)
Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 36 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–30 Ви маєте позначити в бланку **А**. На виконання завдань 1–30 відведено 130 хвилин. **Пам'ятайте!** Після закінчення відведеного часу Ви повинні здати бланк **А** інструктору.

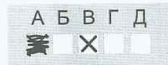
Відповіді до завдань 31–34 Ви маєте записати в бланку **Б**. Розв'язання завдань 35 і 36 Ви маєте записати в бланку **Б**. На виконання завдань 31–36 відведено 80 хвилин.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання.
3. У разі необхідності використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися таблицею значень тригонометричних функцій деяких кутів, наведеною на останній сторінці зошита.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей А і Б

1. До бланків **А** і **Б** записуйте лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Відповіді вписуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань.
3. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланках **А** і **Б** вважатимуться помилкою.
4. Якщо Ви позначили відповідь до котрогось із завдань 1–24 бланка **А** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразку:



5. Якщо Ви записали відповідь до котрогось із завдань 25–34 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланків **А** і **Б**.
6. Виконавши завдання 35 і 36 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **Б**.
7. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланках **А** і **Б**, та правильного розв'язання завдань 35 і 36 у бланку **Б**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

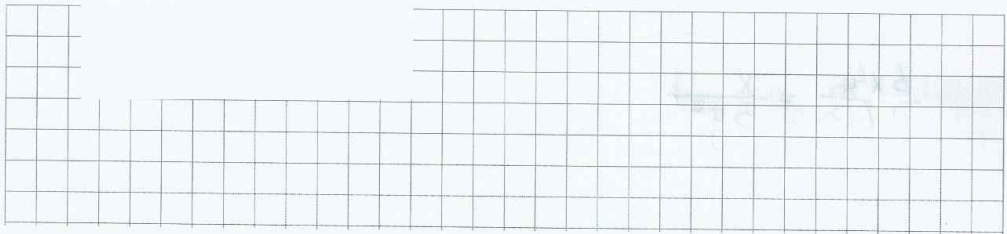
Позначте номер Вашого зошита у відповідних місцях бланків **А** і **Б** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Бажаємо Вам успіху!

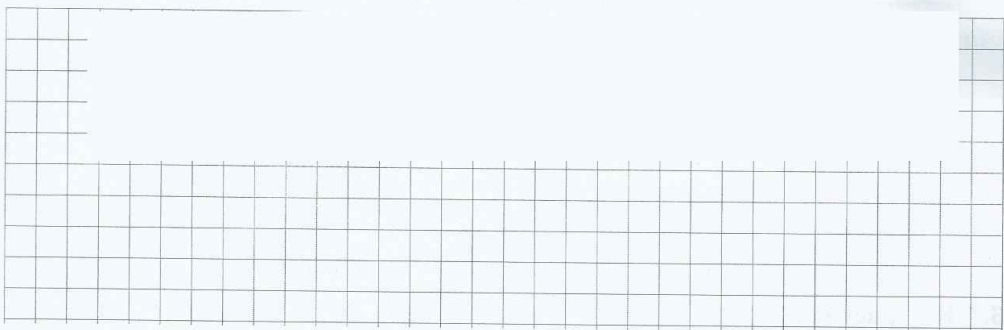
7. Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	3	-1	-3	$-\frac{1}{3}$



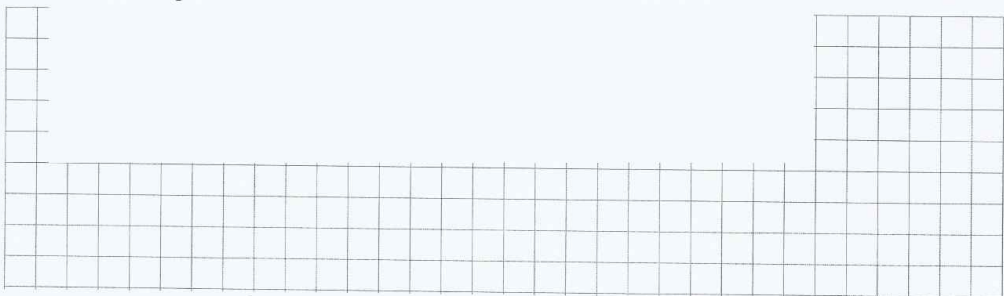
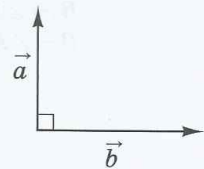
8. Визначте площу сфери, діаметр якої дорівнює 12 см.

А	Б	В	Г	Д
$36 \pi \text{ см}^2$	$72 \pi \text{ см}^2$	$144 \pi \text{ см}^2$	$288 \pi \text{ см}^2$	$576 \pi \text{ см}^2$



9. Довжини перпендикулярних векторів \vec{a} і \vec{b} (див. рисунок) дорівнюють 6 і 8 відповідно. Знайдіть довжину вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

А	Б	В	Г	Д
2	6	8	10	14



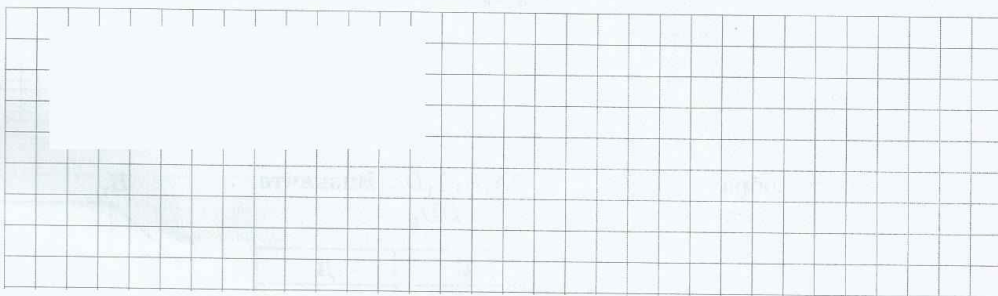
10. Якщо $\sqrt{x} + y = 5$ і $2\sqrt{x} - y = 7$, то y дорівнює

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	3	2	1

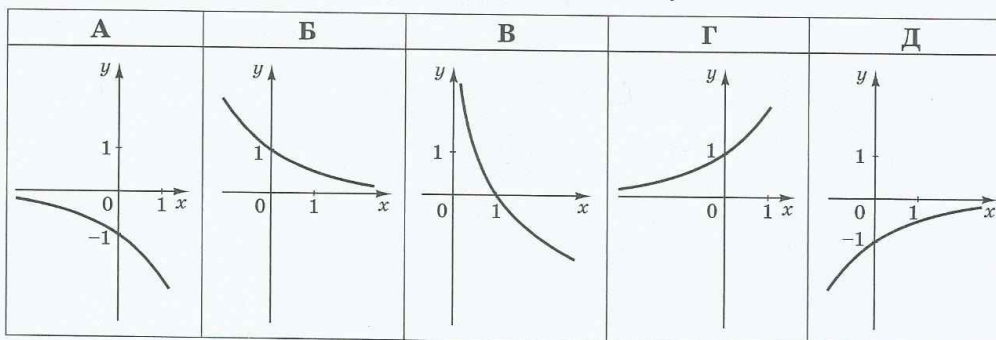


11. Майстер обслуговує лише три верстати: 20 % робочого часу він обслуговує перший верстат, 30 % – другий, 50 % – третій. Обчисліть імовірність того, що в навання вибраний момент робочого часу майстер обслуговує перший або третій верстат.

А	Б	В	Г	Д
0,8	0,7	0,5	0,3	0,1



12. На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = 2^{-x}$?



16. Укажіть область визначення функції $y = \frac{4-x}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$	$(-\infty; \frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}; +\infty)$	$(4; 5)$

17. Якщо $a \in (-2; 3)$, то $|a^2 - a - 6| =$

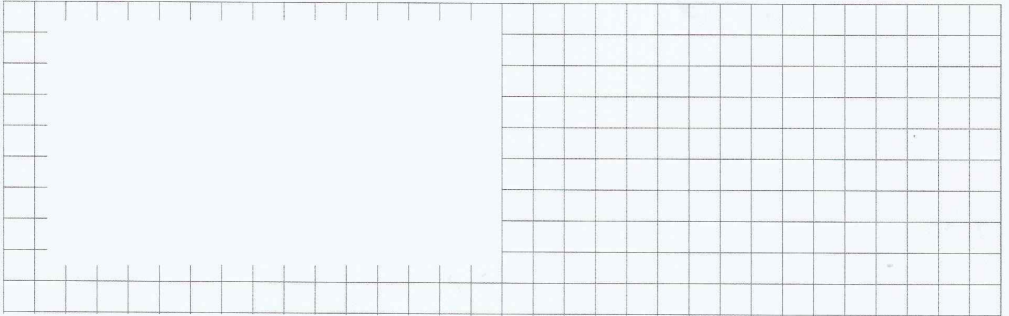
А	Б	В	Г	Д
$a^2 - a - 6$	$a^2 + a - 6$	$a^2 + a + 6$	$-a^2 + a + 6$	$-a^2 - a + 6$

18. Розв'яжіть нерівність $2 \cdot (0,3)^x < 0,18$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 0,3)$	$(0,3; +\infty)$	$(0; 2)$

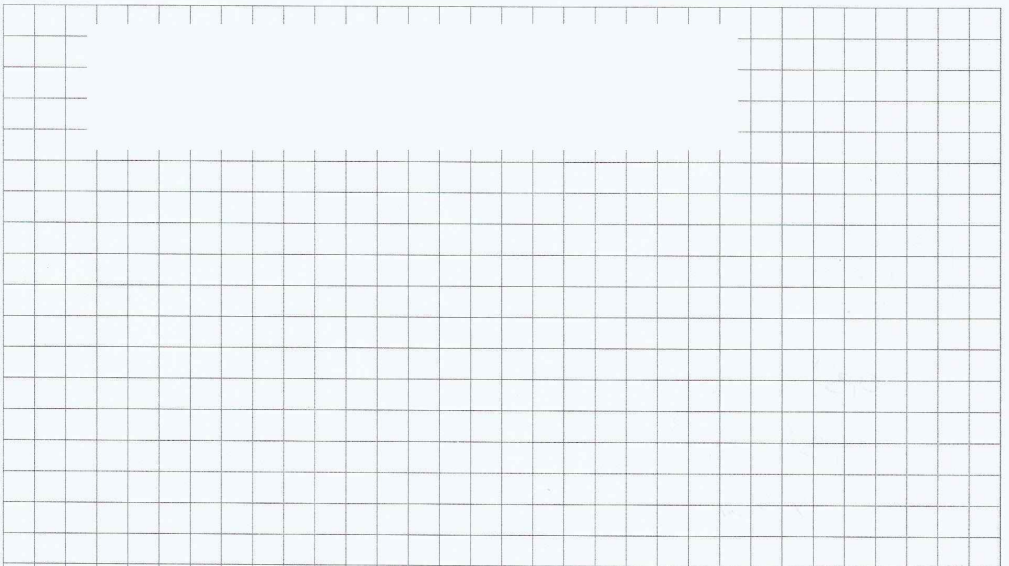
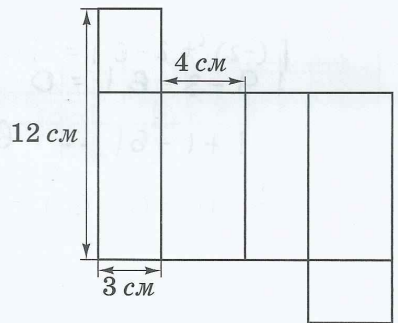
19. Визначте для функції $f(x) = 2x + 2$ первісну, графік якої проходить через точку (1; 4).

- А $F(x) = 2x^2 + 2x$
- Б $F(x) = x^2 + 2x + 1$
- В $F(x) = x^2 + 2x + 2$
- Г $F(x) = x^2 + 2x - 4$
- Д $F(x) = 2x^2 + x + 1$



20. На рисунку зображено розгортку прямокутного паралелепіпеда. Використовуючи зазначені на рисунку розміри, обчисліть об'єм цього паралелепіпеда.

А	Б	В	Г	Д
96 см^3	108 см^3	128 см^3	136 см^3	144 см^3



23. На рисунках (1–5) наведено інформацію про п'ять трикутників.

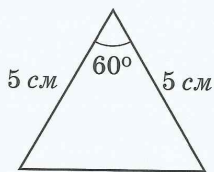


Рис. 1

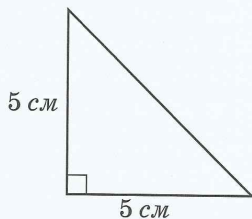


Рис. 2

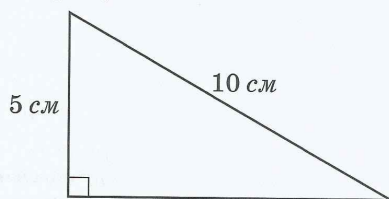


Рис. 3

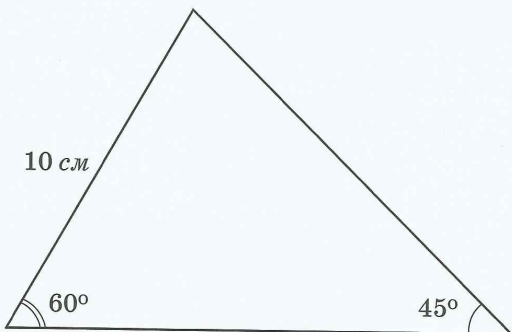


Рис. 4

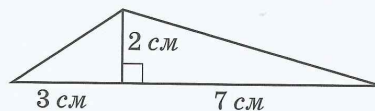


Рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

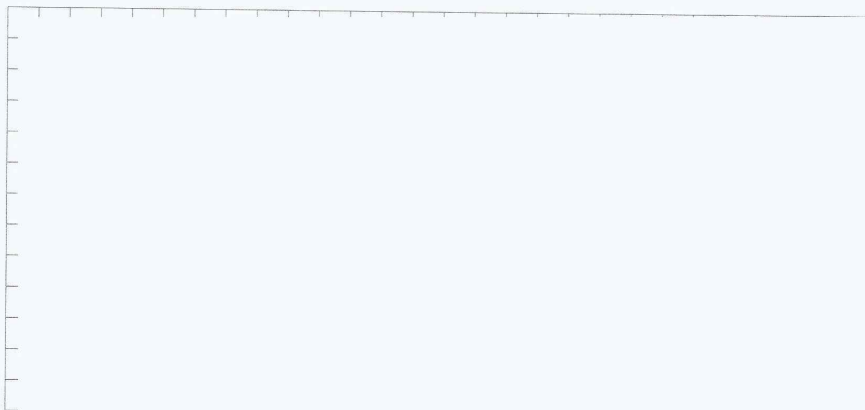
Установіть відповідність між запитанням (1–4) та правильною відповіддю на нього (А–Д).

Запитання

- 1 На якому рисунку зображено трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються?
- 2 На якому рисунку зображено трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює 30° ?
- 3 На якому рисунку зображено трикутник, площа якого дорівнює 10 см^2 ?
- 4 На якому рисунку зображено трикутник, у якого діаметр описаного навколо нього кола дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}$?

Відповідь

- А Рис. 1
 Б Рис. 2
 В Рис. 3
 Г Рис. 4
 Д Рис. 5



24. У прямокутній декартовій системі координат xuz у просторі задано точку $M(1; -4; 8)$. Установіть відповідність між початком речення (1–4) та його закінченням (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

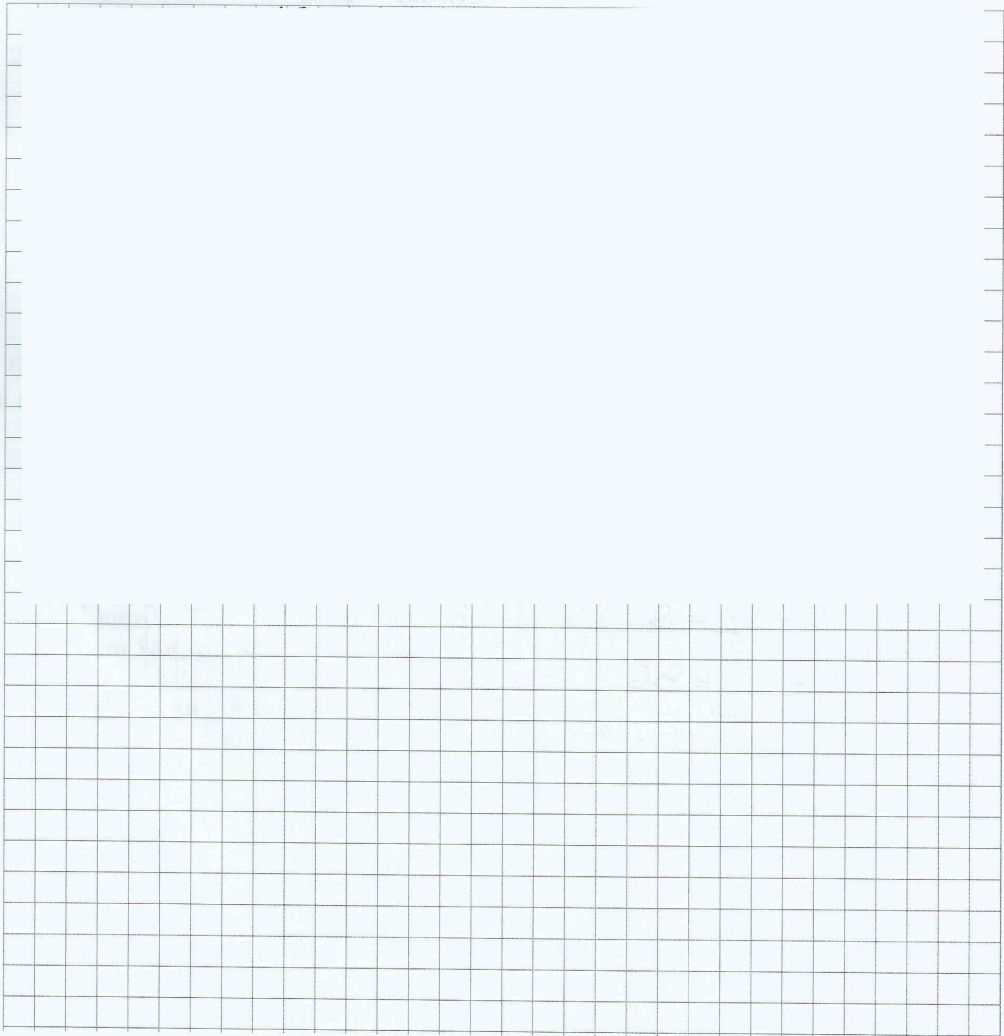
Початок речення

Закінчення речення

- 1 Відстань від точки M до площини xu дорівнює
- 2 Відстань від точки M до початку координат дорівнює
- 3 Відстань від точки M до осі z дорівнює
- 4 Відстань від точки M до точки $N(1; 0; 8)$ дорівнює

- А 1
- Б 4
- В $\sqrt{17}$
- Г 8
- Д 9

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					



Розв'яжіть завдання 25–30. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

25. Відстань між двома містами велосипедист долає за 2 години, а пішохід – за 6 годин. Уважайте, що швидкості велосипедиста і пішохода є сталими протягом усього шляху.

1. Визначте відстань між містами (у км), якщо швидкість велосипедиста на 12 км/год більша за швидкість пішохода.

Відповідь: ,

2. Пішохід і велосипедист одночасно вирушили назустріч один одному з цих двох міст. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

Відповідь: ,

28. Розв'яжіть нерівність $\lg \frac{4}{2x-3} \geq 0$. У відповіді запишіть *найбільший* розв'язок цієї нерівності. Якщо найбільший розв'язок нерівності не існує, то у відповіді запишіть число 100.

Відповідь: ,

29. Обчисліть значення виразу $20\sqrt{6} - \left(\frac{4}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{3}\right)^2$.

Відповідь: ,

30. Об'єм тіла, утвореного обертанням рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, дорівнює $320 \pi \text{ см}^3$. Обчисліть довжину бічної сторони цього трикутника (у см), якщо його основа дорівнює 16 см .

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 31–34. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку Б. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

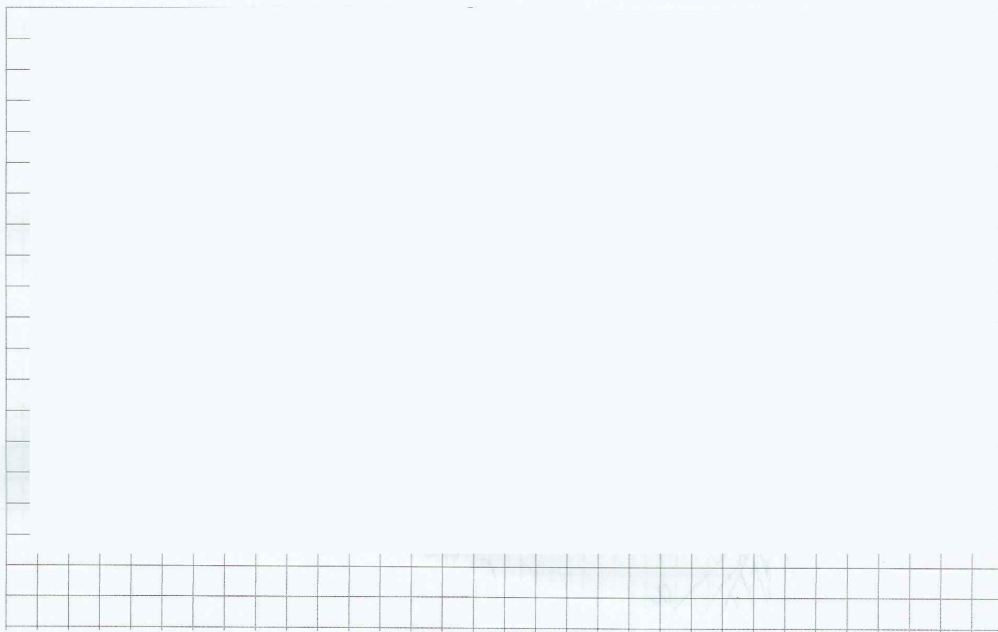
31. Обчисліть значення виразу $\frac{a^3 + b^3}{a + b} - (a^2 + b^2)$, якщо $a = 4^{\frac{7}{4}}$, $b = 2^{\frac{1}{2}}$.

Відповідь:

32. Для роботи на уроках геометрії учню потрібно придбати лінійку й транспортир. У магазині канцелярських товарів у продажу є три види транспортирів та чотири види лінійок, а також два види наборів, що складаються з лінійки й транспортира. Скільки всього в учня є варіантів придбання лінійки й транспортира в цьому магазині?

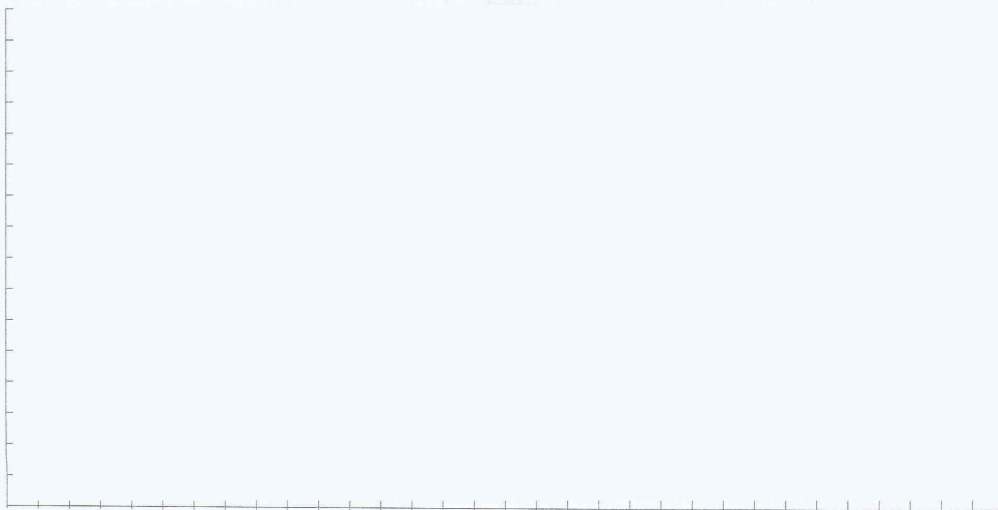
Відповідь:

33. Усі бічні грані правильної чотирикутної піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Площа повної поверхні піраміди дорівнює $54\sqrt{6} \text{ см}^2$. Обчисліть площу (у см^2) перерізу цієї піраміди площиною, що проходить через висоту піраміди й діагональ її основи.



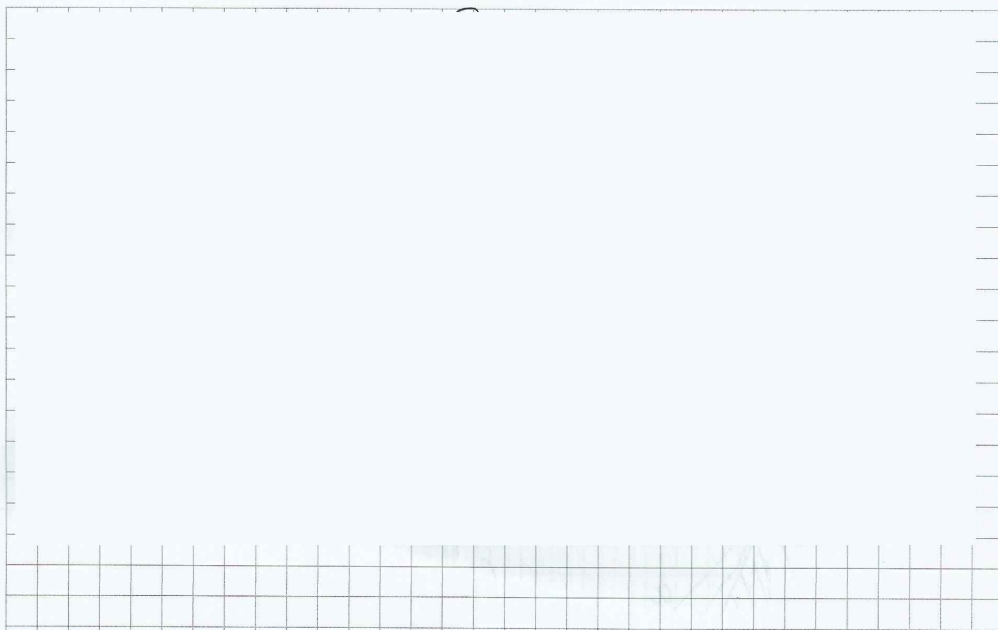
Відповідь: ,

34. За якого значення параметра c найменше значення функції $y = x^4 - 8x^2 + c$ на відрізку $[-1; 3]$ дорівнює 30?



Відповідь: ,

33. Усі бічні грані правильної чотирикутної піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Площа повної поверхні піраміди дорівнює $54\sqrt{6} \text{ см}^2$. Обчисліть площу (у см^2) перерізу цієї піраміди площиною, що проходить через висоту піраміди й діагональ її основи.



Відповідь: ,

34. За якого значення параметра c найменше значення функції $y = x^4 - 8x^2 + c$ на відрізку $[-1; 3]$ дорівнює 30?

$y = x^4 - 8x^2 + c$
 $y' = 4x^3 - 16x = 0$
 $4x(x^2 - 4) = 0$
 $4x(x-2)(x+2) = 0$
- + - +
↘ -2 ↗ 0 ↘ 2 ↗
 $x_{\min} = 2$
 $30 = 2^4 - 8 \cdot 2^2 + c$
 $30 = 16 - 8 \cdot 4 + c$
 $c = 30 - 16 + 32 =$
 $= 30 + 16 = 46$
 $c = 46$

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 35, 36. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

35. У трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) діагональ AC є бісектрисою гострого кута A . Ця діагональ перетинає середню лінію трапеції в точці P .

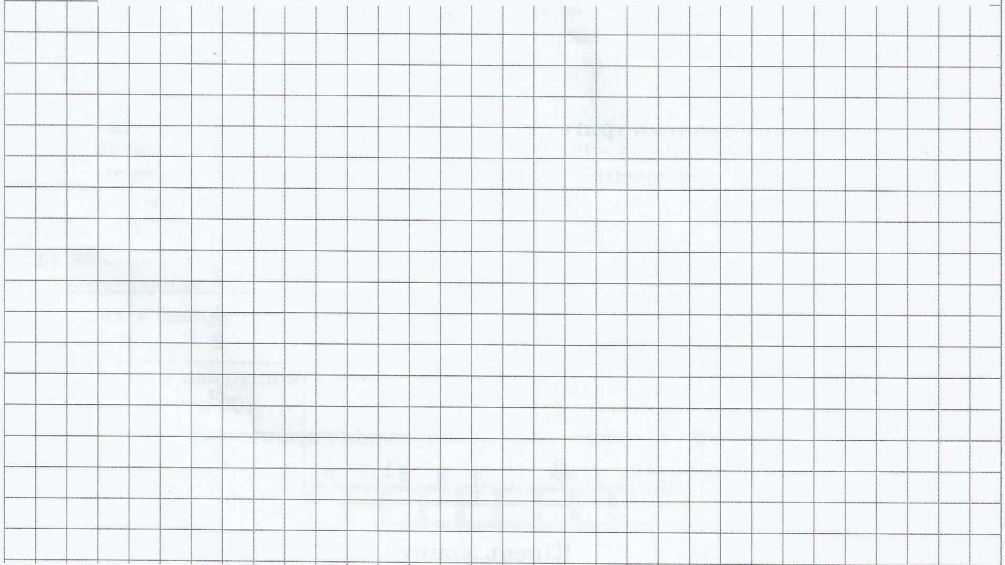
1. Доведіть, що $\angle APB = 90^\circ$.

2. Обчисліть площу трапеції $ABCD$, якщо $BC = 5$ см, $AD = 13$ см, площа трикутника APB дорівнює 5 см².



Відповідь:

36. Знайдіть усі значення параметра a , за яких рівняння $ax - 3 = \sqrt{-x^2 + 18x - 72}$ має *єдиний* корінь.



ЧЕРНЕТКА



Відповідь:

Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не існує
$\operatorname{ctg} \alpha$	не існує	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Кінець зошита